

ARHITEKT

Promotrimo nastalu sliku kao graf i pokušajmo otkriti vezu između broja vrhova v , broja bridova b i broja soba s tijekom crtanja. Ukoliko postoji više poteza koji spajaju isti par točaka, u donjem razmatranju ignoriramo sve osim prvog.

Na početku se nalazimo u ishodištu, a nije povučen niti jedan potez – dakle, $v = 1$, $b = s = 0$. Kada Mirko mlađi u nekom trenutku povuče potez, moguća su dva slučaja:

1. Potez završava u novoj točki u kojoj još nismo bili. Dakle, broj vrhova i broj bridova se povećao za 1, dok je broj soba ostao isti.
2. Potez završava u točki kroz koju smo već ranije prošli. Može se vidjeti da u tom slučaju broj vrhova ostaje isti, dok se broj bridova i broj soba povećao za 1.

Primjećujemo da na početku i nakon svakog poteza vrijedi formula $v - b + s = 1$ (ovo je poznata Eulerova formula za planarne grafove; obično se smatra da je na početku cijela ravnina jedna soba, pa se sa desne strane stavlja broj 2).

Koristeći ovu formulu, lako je riješiti zadatak: jednostavno prebrojimo kroz koliko različitih točaka prođemo i koliko različitih bridova ima u nastalom grafu. Dodatni trik je da sve koordinate pomnožimo sa 2 i svaki potez zamijenimo sa 2 kraća poteza u istom smjeru – ovo nam pomaže da elegantno riješimo situacije poput nacrtanog jediničnog kvadrata sa dijagonalama.

DORUČAK

Objasnimo zašto traženi pravac postoji; iz neformalnog dokaza slijedit će i algoritam. Neka je $(0, b)$ proizvoljna točka na y -osi. Lako se vidi da postoji pravac koji prolazi kroz $(0, b)$ i koji raspolavlja lik lijevo od y -osi; njegov koeficijent smjera možemo pronaći binarnim pretraživanjem. Označimo taj koeficijent smjera sa $a_L(b)$. Isto tako, postoji i pravac koji prolazi kroz $(0, b)$ i raspolavlja lik desno od y -osi; njegov koeficijent smjera neka je $a_D(b)$.

Želimo pronaći b takav da je $a_L(b) = a_D(b)$, tada je traženi pravac $y = a_L(b) * x + b$. Neka je $a(b) = a_L(b) - a_D(b)$. Dakle, tražimo b takav da je $a(b) = 0$.

Primijetimo da se $a_L(b)$ i $a_D(b)$ mijenjaju neprekidno sa b , tj. bez „skokova“. Zato se i $a(b)$ mijenja neprekidno sa b .

Kada je b vrlo mali negativan broj, onda je $a_L(b)$ također vrlo malen, $a_D(b)$ vrlo velik – dakle, za takve b je $a(b)$ negativan.

Kada je b vrlo veliki broj, onda je $a_L(b)$ vrlo velik, a $a_D(b)$ vrlo mali negativan broj – dakle, za takve b je $a(b)$ pozitivan.

Kako se $a(b)$ mijenja neprekidno sa b , te je za male b negativan, a za velike b pozitivan, morat će za neki b biti jednak nuli. Takav b stoga možemo pronaći ponovno koristeći binarno pretraživanje.